

Ilario Carignano

2019 – 1a scheda di Geometria**Enti primitivi:** punto, piano, retta, spazio

Assiomi o postulati che collegano tali enti. Considerati una volta come veri sono ora semplicemente accettati come tali. I postulati non devono essere contraddittori cioè **coerenti** (da essi non può derivare che un teorema sia contemporaneamente vero e falso), devono essere **indipendenti** (nel senso che non deve essere possibile ricavarli uno dall'altro) e **completi** (deve essere possibile dimostrare la verità/falsità di qualsiasi proposizione riferita all'universo degli oggetti). Ahimé Godel nel 1931 dimostrò che un sistema coerente che abbia almeno la complessità usata per definire i naturali non può essere completo; ci saranno cioè sempre proprietà non dimostrabili.

Elenco sommario di postulati:

- **di appartenenza:** per due punti passa una sola retta, data una retta esiste almeno un punto che non sta sulla retta, se due punti di una retta appartengono a un piano tutti i punti della retta appartengono al piano,
- **di ordinamento:** la retta è un insieme totalmente ordinato di punti, sulla retta ogni coppia di punti è preceduta e seguita da almeno un altro punto, una retta divide il piano in due parti convesse
- **di congruenza:** è una relazione di equivalenza, somma di segmenti e angoli congruenti sono ancora congruenti, due triangoli che abbiano congruenti due lati e l'angolo compreso sono congruenti
- **di continuità della retta**
- **quinto postulato o postulato delle parallele:** per un punto esterno ad una retta passa una sola retta parallela a quella di partenza

Enti derivati: definiti a partire dagli enti primitivi (semiretta, segmento, angolo, etc).

Strumenti logici da utilizzare: proprietà delle relazioni (relazioni di uguaglianza e di ordine), concetti fondamentali (la parte è minore del tutto, il principio di non contraddizione, il principio del terzo escluso, il passaggio dall'universale al particolare, se $a+c = b+d$ ed inoltre $a = b$ allora anche $c=d$, se $a>b$ allora $a+c > b+c$, etc).

Teoremi. Proposizioni cioè proprietà dette tesi la cui verità deve essere derivata da una ipotesi tramite l'utilizzo dei postulati, delle definizioni, dei ragionamenti della logica illustrati prima, di teoremi dimostrati in precedenza. Questa è la cosiddetta **dimostrazione diretta** che noi abbiamo analizzato l'anno scorso con l'implicazione Se p allora q (p implica q oppure $p \rightarrow q$)

Tipi di teorema: contrario (non $p \rightarrow$ non q), inverso ($q \rightarrow p$), contronominale (non $q \rightarrow$ non p)

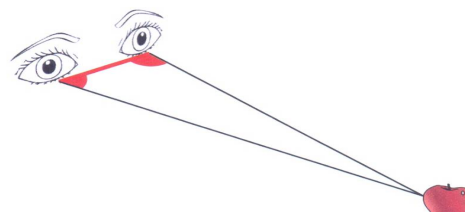
Altre tecniche di dimostrazione:

- per assurdo: si nega la tesi e si arriva ad una contraddizione (una violazione della logica, una negazione dell'ipotesi, la falsità di una proposizione già dimostrata vera, etc.)
- dimostrazione per induzione (usata soprattutto per verificare la validità di formule generali)

Congruenza di triangoli: due triangoli sono congruenti se hanno tutti i lati e tutti gli angoli congruenti. Ci sono però dei criteri di congruenza che permettono non richiedono la congruenza di tutti e 6 gli elementi.

- **1° criterio:** basta che abbiano congruenti due lati e l'angolo compreso (detto **LAL**)
- **2° criterio:** basta che abbiano congruenti un lato e due angoli qualsiasi (detto **ALA**)
- **3° criterio:** è sufficiente la congruenza di tre lati (detto **LLL**)

La visione: la presenza di due occhi permette al cervello, nota la loro distanza e i due angoli segnati in rosso che permettono di vedere l'oggetto di determinare tutti i dati del triangolo (criterio ALA) e quindi di individuare la distanza dell'oggetto. Però il nostro apparato della vista non è basato su una geometria euclidea ma su una geometria iperbolica che accenneremo in seguito. Di qui i cosiddetti “paradossi visivi” illustrati nella scheda a parte



L'immagine è tratta dal libro di Odifreddi “C'è spazio per tutti”