Parte 3ª
Le funzioni lineari

Prendiamo in esame l'equazione $x + y = 3$. Questa è un'equazione di 1° grado in due incognite. Per soluzione di un'equazione di questo tipo si intende una coppia di numeri, uno per la x e uno per la y che, sostituiti nell'equazione, diano un'uguaglianza valida. La prima domanda che sorge spontanea è: quante sono le soluzioni (coppie di numeri) di questa equazione ? Come faccio a determinarle ? Come posso interpretare geometricamente le soluzioni cioè le coppie di valori ?
A questo punto ci viene in soccorso il metodo di Cartesio-Fermat che attribuisce a ogni punto su una retta un numero (la sua distanza col segno dall'origine), a ogni punto di un piano due numeri (le distanze con segno dai due assi che generano un reticolo) e a ogni punto dello spazio tre numeri. Nel nostro caso ogni soluzione dell'equazione suddetta cioè ogni coppia di numeri corrisponde a un punto. Provate a rappresentare alcuni punti soluzione dell'equazione su un piano cartesiano. Posso unire questi punti ? Perché ? Che cosa ottengo ?

Per calcolare più velocemente le soluzioni è meglio scrivere l'equazione in **forma esplicita** cioè trasportare la x a secondo membro; l'equazione diventa $y = 3 – x$. In essa x prende il nome di variabile indipendente (assegniamo ad essa i valori che vogliamo) mentre y sarà la variabile dipendente.

Cominciamo a studiare l'equazione più semplice del tipo $y = mx$ dove m è un numero reale qualsiasi. Se $m = 1$ l'equazione diventa $y = x$; qual è il suo grafico ? Che accade se $m > 1$? E se $m <1$? E se m è negativo ? Il parametro "m" rappresenta di quanto cresce y quando la x cresce di 1; è quello che matematicamente si definisce il rapporto fra la variazione della y e la variazione della x e si chiama coefficiente angolare in quanto è legato all'angolo che la retta forma con il semiasse positivo delle x cioè rappresenta la "pendenza" o inclinazione della retta.
Cercate una situazione reale in cui fra due grandezze c'è una relazione del tipo $y = mx$.

Esaminiamo ora una equazione del tipo $y = mx + q$; rispetto all'equazione $y = mx$ la y risulta aumentata (o diminuita) di un numero q. Il grafico $y = mx$ risulta quindi traslato verticalmente di una quantità q. Per la nuova equazione che cosa rappresenta quindi il numero q ?
Data l'equazione costruire la retta che la rappresenta non è complicato; siccome per individuare una retta bastano due punti sarà sufficiente assegnare due valori a x e calcolare le y corrispondenti. Come raffigurereste la retta $y = k$ nel piano cartesiano ? E la retta $x = h$?

Più complicato è risalire all'equazione avendo il grafico della retta. Dopo aver individuato le coordinate di due punti che appartengono alla retta ci sono diversi metodi:
a) Calcoliamo nel passaggio da un punto all'altro l'aumento/calo della y e la variazione della x; il rapporto fra queste due quantità mi darà il valore "m" della retta. Per il valore di q basterà vedere dove la retta incrocia l'asse y. Che accade se tale incrocio cade tra due valori interi ? Sapreste proporre una via d'uscita ?
b) Partendo da un'equazione esplicita generica del tipo $y = mx + q$ sostituite le coordinate di ciascuno dei due punti al posto della x e della y. Ottenete due equazioni nella variabili m ed n che potete risolvere con un sistema (vedi oltre). Provate a fare gli es. 1 – 2 – 3 – 4 – 5 della scheda

Per trovare il punto d'incontro di due rette occorre trovare una coppia di valori x e y che soddisfino entrambe le equazioni. Occorre cioè risolvere il sistema delle due equazioni. Diversi i metodi:
a) Sostituzione. Si ricava una incognita da una equazione e la si sostituisce nell'altra che diventa così di 1° grado ad una incognit
b) Riduzione. Si cerca, sommando o sottraendo le due equazioni, dopo averle eventualmente moltiplicate per un numero idoneo, di mandare via un'incognita per cui, anche in questo caso se è rimasta solo una incognita l'equazione si può facilmente risolvere. Provate a trovare le coordinate del punto di incontro delle due rette dei grafici 1 e 2 della scheda.